Formation GeoGebra

Février 2012

MJosée Simard

COMMISSION SCOLAIRE DES TROIS-LACS

GeoGebra est un logiciel mathématique qui allie dessin géométrique, données et calculs analytiques. Il est développé pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans les établissements d'enseignement par *Markus Hohenwater* et une équipe de programmeurs.

Quelques ressources :

GeoGebra

Geogebra 4: http://www.geogebra.org/cms/
Installeurs : http://www.geogebra.org/cms/fr/installers
Portable (clé USB) : http://www.geogebra.org/cms/fr/portable
Geogebra 3D Beta : http://www.geogebra.org/trac/wiki/GeoGebra3D

Site de Daniel Mentrard

Maths : http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/accueilmath.htm
Sciences : http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Sciences/accueilscie.htm

Récit MST :

Guide : http://guides.recitmst.qc.ca/geogebra/
Vidéos :http://recitmst.qc.ca/videos_geogebra/
Tutoriels : http://guides.recitmst.qc.ca/geogebra/-Tutoriels-
Différentes activités : http://recitmst.qc.ca/docmst/wakka.php?wiki=GeogebraActivitesApprentissage

Sites d'enseignants

Pascal Lapalme section GeoGebra :http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Secondaire_3
Activités TIC :http://www.pascal-tic.org/site/
Les maths libres : http://mathsp.tuxfamily.org/spip.php?rubrique7
Haute tour de la sorcellerie : http://www.la-haute-tour.info/tower.php?floor=3&door=1&paper=11
Mathamort : http://mathamort.e-monsite.com/
Académie Clermont : http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths-sciences-LP/beespip192_322/spip.php?article256
Des fichiers : http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Collège
Des fichiers : http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Lycée

You Tube

Geogebra Channel sur Youtube : http://www.youtube.com/profile?user=GeoGebraChannel

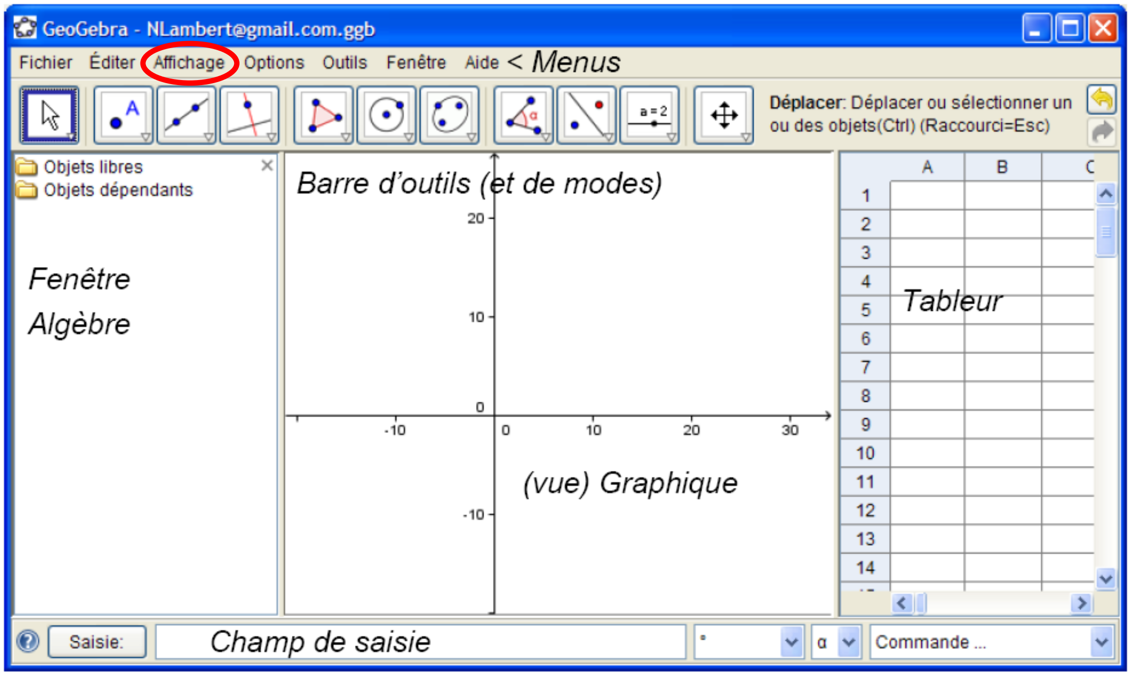
Forum d'utilisateur de GeoGebra

- Le forum : http://www.geogebra.org/forum/

Table des matières

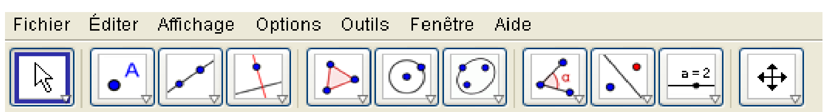
1. *Représentations multiples pour un objet mathématique*

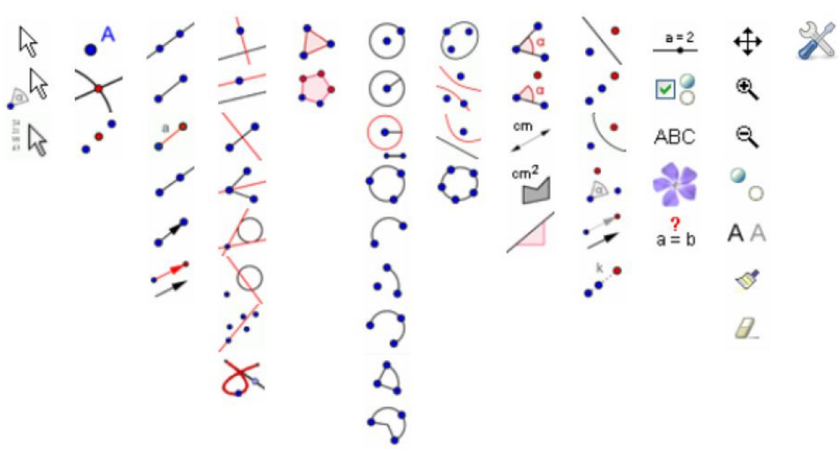
GeoGebra associe trois représentations différentes des objets mathématiques : une Représentation Graphique, une Représentation Algébrique et une Représentation Tableur.



En Cliquant sur « Affichage », il est possible de fermer ou d'ouvrir l'une ou l'autre des fenêtres.

Voici comment chacun des outils de construction sont organisés

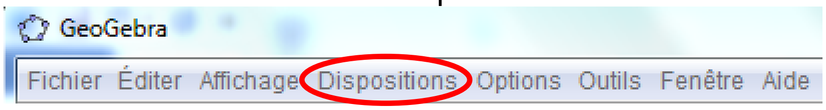




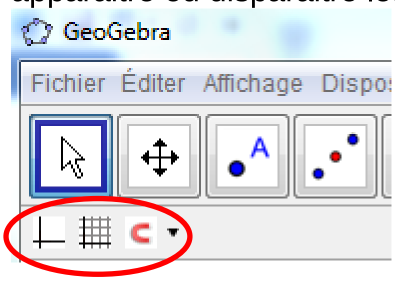
Geogebra 4 offre quelques outils supplémentaires (ex : nombre complexe, point sur un objet, ligne brisée, polygone indéformable, créer une liste, calcul de probabilité, inspecteur de fonction, insérer un bouton,…)

2. Dessiner versus construire

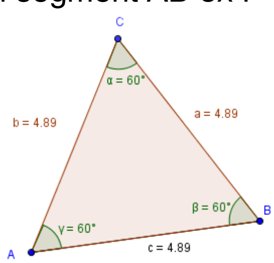
Geogebra 4 permet d'afficher seulement les outils « geométrie de base » en choisissant Géométrie de base dans « Disposition ».



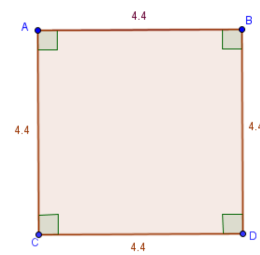
En cliquant sur le système d'axes et la grille en bas de la barre d'outils, il est possible de faire apparaitre ou disparaitre les axes et la grille ou modifier certaines apparences.



a) Première construction: triangle équilatéral à partir d'un segment AB ex :



b) Deuxième construction : carré à partir d'un segment AB ex :

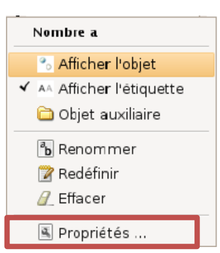


Vous pouvez faire disparaître de l'écran certaines traces de construction

Afficher/cacher l'objet

Un peu plus

Cliquer droit sur un objet permet différentes fonctions



Vous pouvez afficher le protocole de construction dans

Utiliser les boutons sous la barre d'outils permet aussi d'apporter certaines modifications

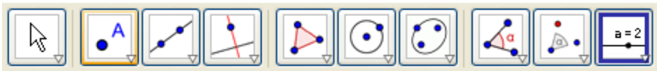
3. L'algèbre

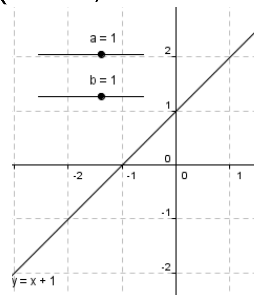
Ouvrir une nouvelle fenêtre (fichier, nouvelle fenêtre)

A) Les curseurs

Afficher les axes et la grille

Activer l'outil curseur

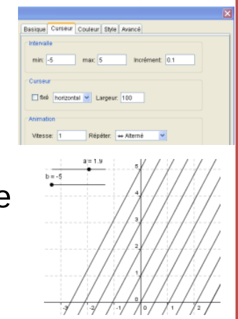




Note : Il est aussi possible de créer des curseurs en utilisant la zone de saisie Saisie: a=1

Un peu plus

Le clic droit permet de changer les données du curseur, de le déplacer, d'animer,…



B) Tracer une droite

Inscrire Saisie: y=a*x+b ou Saisie: y=a x+b (espace entre a et x).

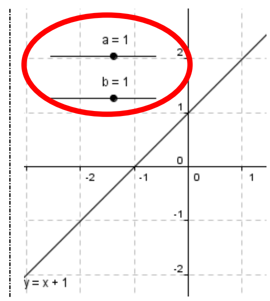
En cliquant sur « Entrée » vous obtiendrez une droite.

En cliquant droit sur la droite, il est possible de changer les propriétés (Propriétés ...).

Dans la zone algèbre, vous trouvez *a* et *b* dans la section *« Objets libres »* et la fonction *f(x)* dans la section *« Objets dépendants »*. Il faut bien saisir que votre fonction dépend des objets libres *a* et *b*.

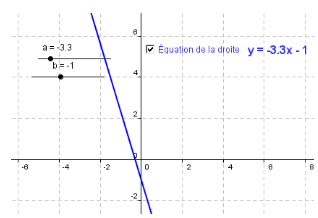
Pour faire apparaître ou disparaître les curseurs, il suffit d'activer les cases

Objets libres
a = 1
b = 1

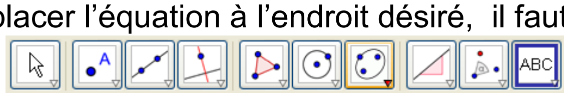


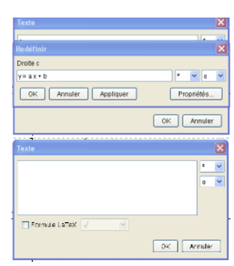
Un peu plus

-Cliquer droit sur l'équation pour afficher la règle



-Cliquer droit sur les curseurs a et b pour appliquer des changements (valeurs, couleurs,…)

-Pour placer l'équation à l'endroit désiré, il faut utiliser « insérer un texte »  puis cliquer sur le plan.



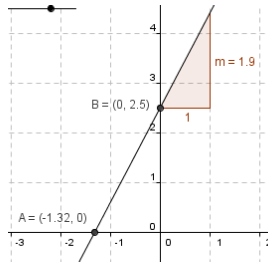
Vous verrez apparaître la boîte de texte

Cliquer sur l'objet à afficher dans la fenêtre d'algèbre (exemple c:y = x + 1) et cliquer sur OK et OK

C) Les coordonnées à l’origine et la pente (avec y=ax+b)

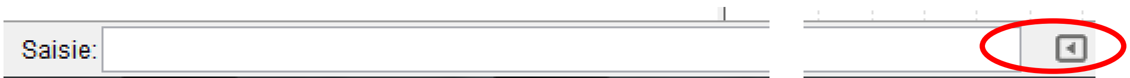
L’intersection entre deux objets permet d’identifier les coordonnées à l’origine.

 La pente peut être générée par GeoGebra.



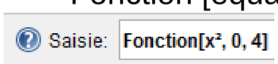
4. Les commandes (ex. fonction, racines, …)

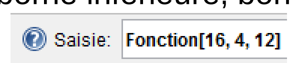
Ouvrir une nouvelle fenêtre

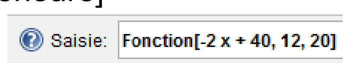


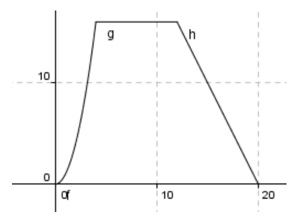
A-La fonction définie par parties

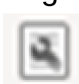
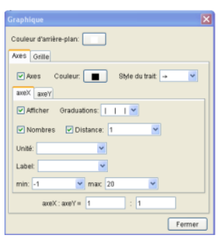
Fonction [équation, borne inférieure, borne supérieure]







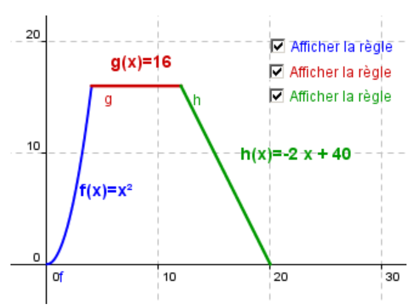


Pour modifier les graduations des axes, il suffit de changer les propriétés du graphique  

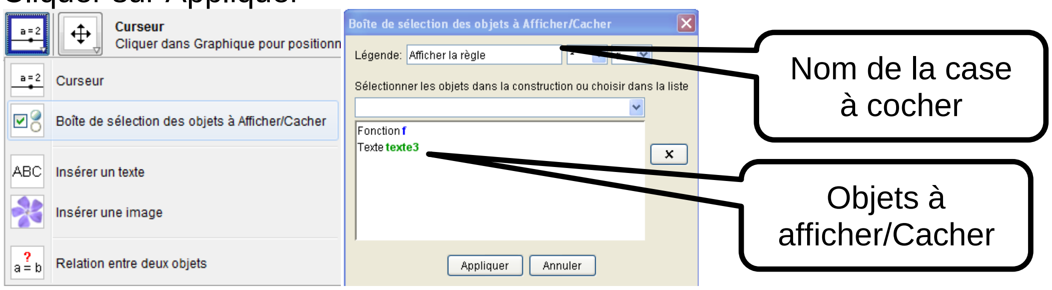
Il est possible d’apporter des modifications à une fonction en double cliquant dessus.

Un peu plus

L’outil « Boîte de sélection d’objets à Afficher/Cacher » permet, en un clic, d’afficher ou de cacher de l’information (la règle par exemple).



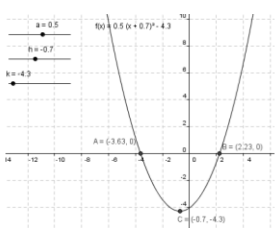
Voici une façon de faire :
- « draguer » la fonction tout près de son graphique (à partir de la fenêtre algèbre)
-Choisir la boîte de sélection d'objets à Afficher/Cacher puis cliquer dans la fenêtre graphique
-Écrire votre légende (par exemple : Afficher la règle de la fonction f)
-Sélectionner le texte (si vous lui avez attribué une couleur, cette couleur sera affichée)
-Cliquer sur Appliquer



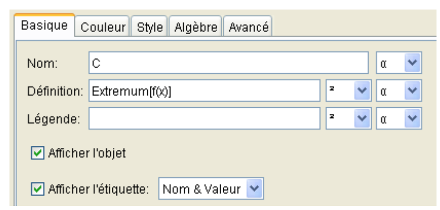
B-Analyse de la fonction quadratique

Ouvrir une nouvelle fenêtre

Créer 3 curseurs (a, h et k) puis écrire Saisie: f(x)=a*(x-h)^2+k
En utilisant la notation fonctionnelle, il est possible de trouver les racines et l'extremum Saisie: racine[f(x)] et Saisie: extremum[f(x)]. En tapant la commande dans le champ de Saisie de GeoGebra, le logiciel tente de compléter automatiquement la commande pour vous jusqu'à ce que vous acceptiez la suggestion.

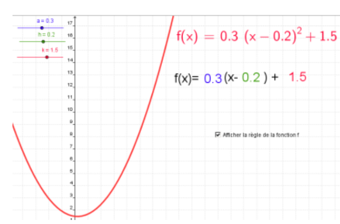


Il est toujours possible de demander d'afficher la valeur



Un peu plus

Les curseurs et la valeur du paramètre ont la même couleur
Utiliser le bouton « Insérer Texte » en identifiant, sous forme de texte, chacune des parties de la règle de façon indépendante et choisir les couleurs appropriées



C-D'autres commandes avec la barre de Saisie (en bas)

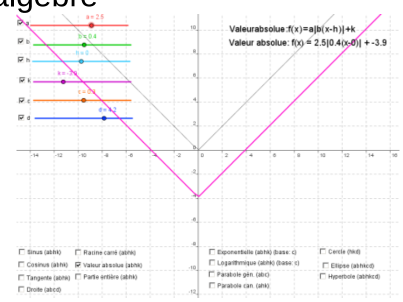
Ouvrir une nouvelle fenêtre

Cliquer sur l'aide de Saisie à l'extrême droite en bas de la fenêtre
Vous verrez apparaître plusieurs commandes à droite de l'écran

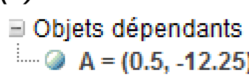
En saisissant « Algèbre » puis en double cliquant sur « développer », il s'insère sur la barre de Saisie. Il ne nous reste qu'à inscrire (x+3) (x-4) par exemple

et vous retrouverez $f(x)=x^2-x-12$ dans la fenêtre algèbre

et vous retrouverez $h(x)=3x$



et vous retrouverez



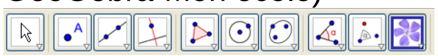
et vous retrouverez $g(x) = 1\ (x - 0.5)^2 - 12.25$

Un peu plus

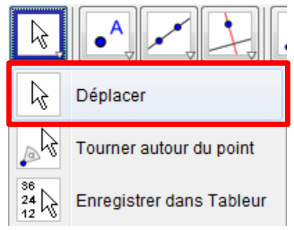
D-La fonction FractionTexte

FractionTexte[Nombre] : Convertis le nombre en une fraction, qui est affichée en tant qu'objet texte (LaTeX) dans la vue Graphique.
Exemple 1: Si a: y = 1.5 x + 2 est une équation de droite, alors
FractionTexte[Pente[a]] vous donne la fraction 3/2 en tant que texte.
Exemple 2 : Il est possible également d'afficher la fraction avec le résultat d'un calcul FractionTexte[distanceAB/distanceCD] nous donnera le résultat de la division de ces 2 distances sous forme de fraction.

5. Insertion d'images en fond d'écran

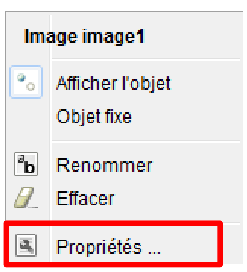
1. Choisir une image (personnelle ou voir sur le récit-Mathématique secondaire-GeoGebra-Mon école)
2.  Insérer une image

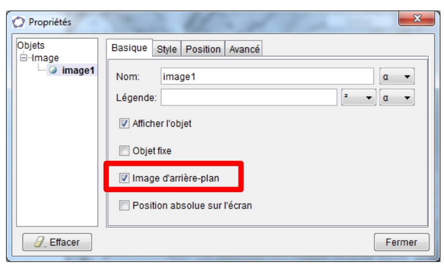
Pour déplacer l'image dans le plan, il faut prendre l'outil « Déplacer »

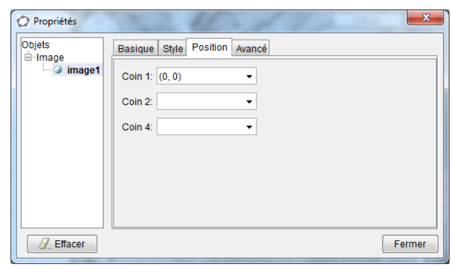


3. Faire apparaître les axes et la grille

4. Si on veut mettre l'image en arrière-plan (par exemple derrière le plan cartésien), en effectuant un clic droit sur l'image, il faut aller dans « Propriétés » et ensuite dans l'onglet «Basique », cocher « Image d'arrière-plan ». De plus, vous pourrez dans l'onglet « Style » changer la transparence de l'image, et dans l'onglet « Position » aligner votre image par rapport à l'origine par exemple.







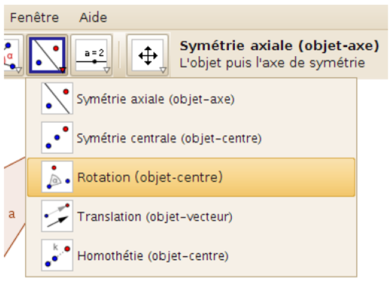
Une activité intéressante à réaliser est de prendre une image de votre établissement scolaire (ou tout autre image) sur Google Maps, de garder l'échelle et de calculer les différentes mesures réelles de cette image.

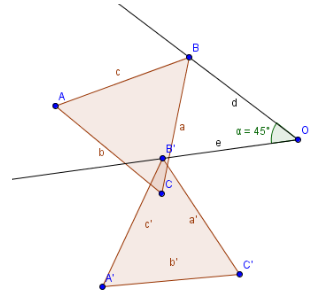
Voir l'activité complète à l'adresse suivante :
http://recitmst.qc.ca/docmst/wakka.php?wiki=SuperficieEcole

6. Les transformations géométriques

A) La rotation

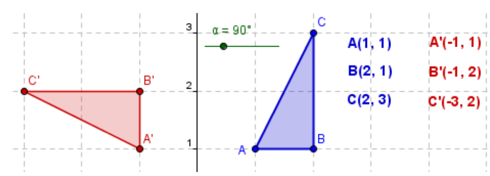
1. Tracer un triangle ABC
2. Tracer un point O (centre de rotation)
3. Réaliser une rotation de 45^o dans le sens anti horaire de centre O





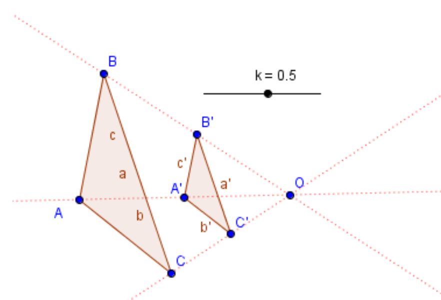
Un peu plus

-Curseurs (choisir α, incrément 90^o)
-Changer les couleurs des triangles
-Faire apparaître les coordonnées en couleurs en utilisant la boîte de texte (ex. "A" + A + "").
Note :

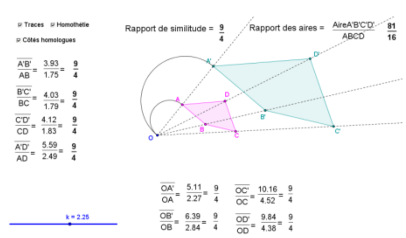


B) L'homothétie, construction interactive

1. Tracer un triangle ABC
2. Tracer un point O (centre d'homothétie)
3. Définir un curseur k
4. Réaliser l'homothétie (polygone, centre O et k)
5. Déplacer votre curseur « k »
6. Tracer les droites passant par le centre et chacun des sommets



Un peu plus



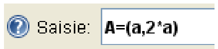
7. Initiation au tableur de GeoGebra

Ouvrir une nouvelle fenêtre

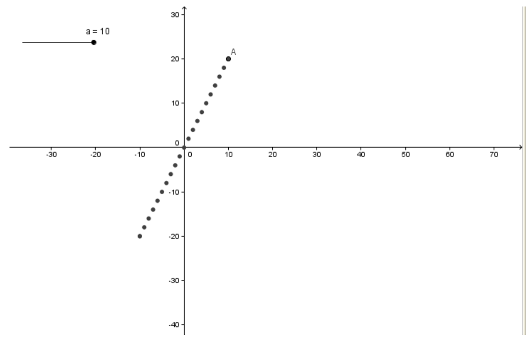
Ne vous attendez pas à retrouver des fonctions avancées comme vous trouvez dans Excel

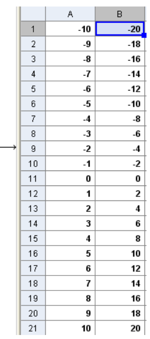
A) Créer une table de valeur à partir du déplacement d'un point.

Afin de faire afficher le tableur, cliquez sur « Affichage » et « Tableur ».

1. Créer un curseur avec comme intervalle -10 à 10 et comme incrément 1.
2. Créer un point 

3. Avec le curseur, faites glisser le point A
4. Faire afficher la trace du point A (bouton droit, trace activée)
5. Faire glisser le curseur et le replacer à -10
6. Enregistrer les valeurs dans le tableur (bouton droit)
7. Faire glisser le curseur et voir apparaître les données dans le tableur





	A	B
1	-10	-20
2	-9	-18
3	-8	-16
4	-7	-14
5	-6	-12
6	-5	-10
7	-4	-8
8	-3	-6
9	-2	-4
10	-1	-2
11	0	0
12	1	2
13	2	4
14	3	6
15	4	8
16	5	10
17	6	12
18	7	14
19	8	16
20	9	18
21	10	20

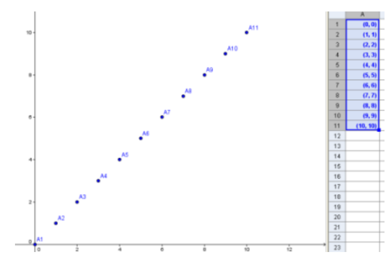
Ouvrir une nouvelle fenêtre

B) Inscrire des valeurs dans le tableur

1. Dans le tableur, cliquer sur la cellule A1 et entrer les coordonnées (0,0) et sur la cellule A2 pour entrer les coordonnées (1,1)

	A	B
1	(0, 0)	
2	(1, 1)	

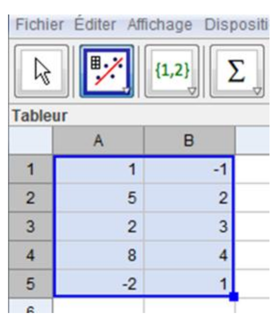
(utiliser la virgule)
2. Sélectionner les deux cellules avec la souris (en utilisant « Maj » ou ⇑ sur le clavier)
3. Cliquer sur le petit coin bleu et réajuster le tout pour voir apparaître tous les points



Ouvrir une nouvelle fenêtre

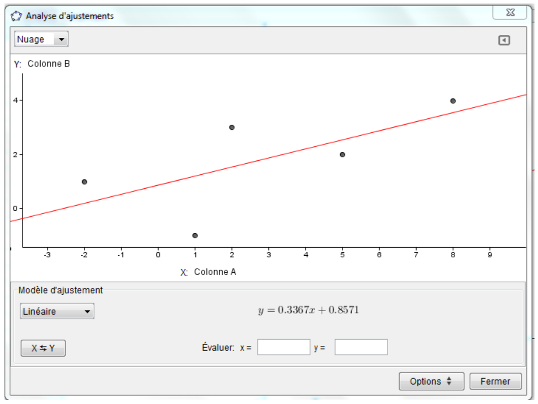
C) Faire un nuage de points et tracer la droite de régression

1. Inscrire les points suivants
2. Sélectionner la cellule
3. Choisir le nuage de points puis Sélectionner statistiques à deux variables



	A	B
1	1	-1
2	5	2
3	2	3
4	8	4
5	-2	1

4. Vous pouvez aussi choisir un modèle d'ajustement, ici Linéaire, et l'afficher. Vous y retrouverez l'équation.
5. Cliquer sur le bouton droit et choisir « copier vers graphique ». Vos points apparaissent dans la zone graphique



Ouvrir une nouvelle fenêtre

Un peu plus

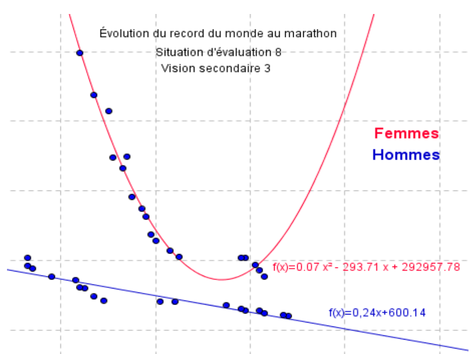
Il est possible de copier des données (ex. d'Excel). Vous pouvez vous inventer une liste ou récupérer celle-ci sur le récit (1. Évolution du record du monde au marathon)

http://recit.cstrois-lacs.qc.ca:8080/recit1/spip.php?rubrique&id_rubrique=542&id_secteur=20

Il est possible de modéliser la situation en utilisant la commande reglin[liste2] et la commande regpoly[liste1,2]

-Liste1
-2 pour le degré de la polynomiale

	A	B	C	D	E
1	2003	135.42		2008	123.98
2	2002	137.3		2007	124.43
3	2001	138.78		2003	124.92
4	1999	140.72		2002	125.63
5	1998	140.78		1999	125.7
6	1985	141.1		1998	126.08
7	1983	142.72		1995	127.2
8	1980	145.7		1984	128.08
9	1979	147.55		1981	128.3
10	1978	152.5		1969	128.57
11	1977	154.8		1967	129.62
12	1975	158.37		1965	132
13	1974	169.92		1964	132.2
14	1973	166.6		1963	134.47
15	1971	169.67		1958	135.28
16	1970	182.88		1954	137.67
17	1967	187.45		1953	138.58
18	1964	199.55		1953	140.72



Objets libres
Objets dépendants
a: y = -0.24x + 600.14
f(x) = 0.07 x² - 293.71 x + 292957.78
liste1 = {(2003, 135.42), (2002, 137.3)
liste2 = {(2008, 123.98), (2007, 124.4

D) Le diagramme des quartiles

-On crée une liste dans le tableur(ou copier la liste du récit). Sélectionner la liste et Clic droit sur la liste pour « Créer une liste»

A	B
434	648
443	685
453	775
456	802
439	591
422	435
418	421
410	418
408	212
412	199
411	188
415	227
417	253
416	241
421	280

-Ensuite dans la ligne de saisie :

Saisie: BoiteMoustaches[3, 0.5, liste1]

Le 3 : La position du diagramme de quartiles sur l'axe des y
Le 0.5 : La hauteur du diagramme de quartiles
liste1 : la liste de données (sans espace entre liste et 1)

Ajuster les axes

-Il est possible d'entrer une deuxième liste « L_2 »

Saisie: BoiteMoustaches[5, 0.5, liste2]

Objets libres
Objets dépendants
L_1 = {434, 443, 4
L_2 = {648, 685, 7
a = 418
b = 418

GeoGebra calcule automatiquement la médiane

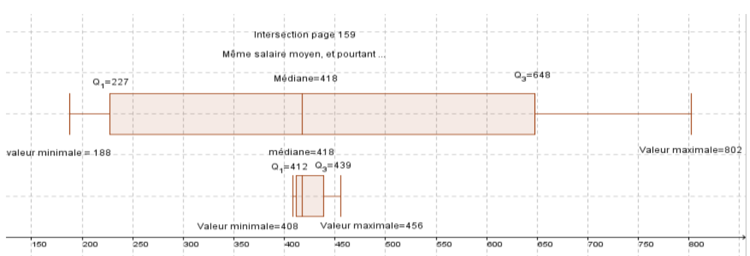
On peut aussi faire calculer le minimum, Q1, Q3 et le maximum.

Saisie: Q1[liste1] Saisie: Q1[liste2]
Saisie: Q3[liste1] Saisie: Q3[liste2]

c = 412
d = 439
e = 227
f = 648

Saisie: Min[liste1] Saisie: Min[liste2]
Saisie: Max[liste1] Saisie: Max[liste2]

g = 408
h = 456
i = 188
j = 802



E) Enregistrer dans un tableur

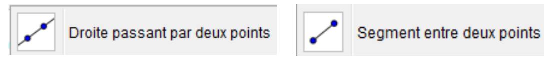
Il est possible d'enregistrer dans le tableur des valeurs tabulées, c'est-à-dire qui seront enregistrées dynamiquement lorsque la figure sera modifiée.

Prenons par exemple la comparaison entre la circonférence d'un cercle et son diamètre. Pour que l'activité soit signifiante, nous voulons calculer ce rapport pour plusieurs grandeurs de cercles.

Activité permettant de constater que C/d=π

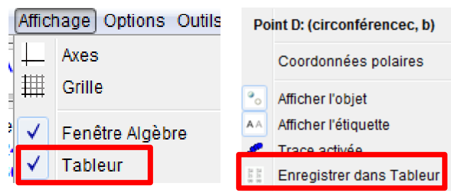
1. Construire un cercle et calculer sa circonférence.

2. Tracer une droite qui passe par le centre du cercle et un point du cercle. Tracer le segment représentant le diamètre. La longueur de celui-ci est calculée automatiquement (zone algèbre).



3. Sur la ligne de saisie, créer le point que nous pourrons tabuler en entrant (circonférencec,b). Réduire la taille de votre cercle au besoin.

4. Un clic droit sur ce nouveau point permet de choisir « Enregistrer dans Tableur » (Il faut d'abord faire afficher le Tableur). Un premier point sera inséré dans les colonnes A et B.



	A	B
1	7.22	2.3

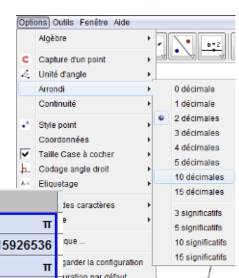
5. Il faut maintenant bouger le cercle afin d'obtenir plusieurs valeurs dans le tableur. Les valeurs s'ajoutent automatiquement.

	A	B
1	7.22	2.3
2	7.38	2.35
3	7.5	2.39
4	7.62	2.43
5	7.86	2.5
6	7.84	2.49
7	8.08	2.57
8	8.21	2.61
9	8.33	2.65

6. Dans la cellule C1, nous allons calculer le rapport entre la première colonne et la deuxième colonne. Voici la syntaxe à respecter : =A1/B1. Vous verrez alors apparaître π ou 3.14.

	A	B	C
1	7.22	2.3	π
2	7.38	2.35	
3	7.5	2.39	

Si vous voulez, plus de chiffres significatifs :

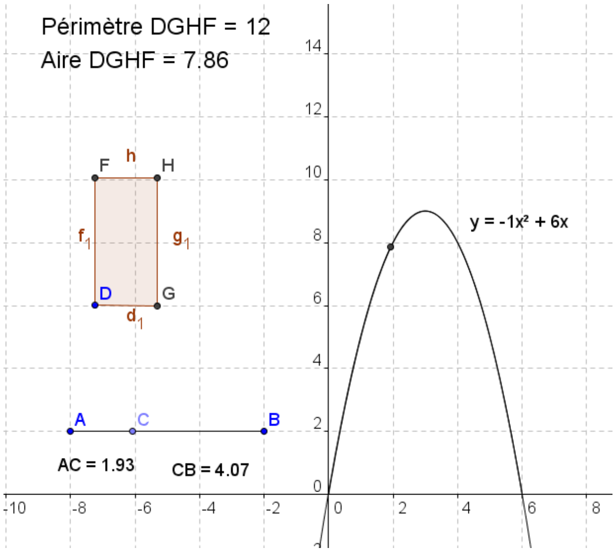


7. Pour effectuer les calculs sur toutes les autres valeurs, il faut prendre le carré en bas à droite de la cellule et de la glisser jusqu'à la fin des données.

	A	B	C
1	7.22429...	2.29956...	π
2	7.37572...	2.34776...	3.1415926536
3	7.49781...	2.38662...	π
4	7.62002...	2.42553...	π
5	7.86478...	2.50343...	

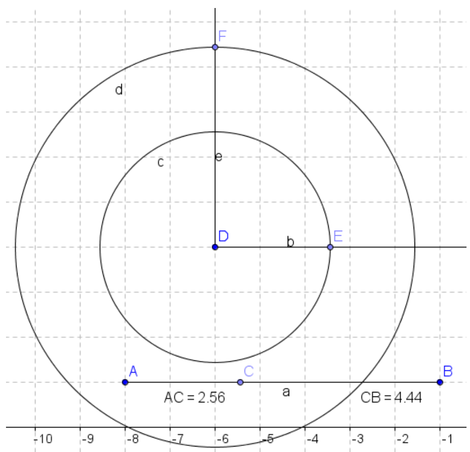
Un peu plus

8. Aire d'un rectangle à périmètre constant



a) Création d'un segment AB sur la grille
b) Point C sur ce segment
c) Calcul de la distance AC et CB
d) Placer un point D sur la grille et à l'aide de l'outil « Cercle (centre-rayon) », construire un cercle de centre D et de rayon la distance AC
e) Construire une droite parallèle à l'axe des x passant par D et construire le point d'intersection entre la droite et le cercle.
f) Construire un cercle de centre D et de rayon la distance CB
g) Construire une droite parallèle à l'axe des y passant par D et construire le point d'intersection entre la droite et le cercle.

On obtient :



h) Pour construire le rectangle, droite perpendiculaire à la demi-droite DE passant par E et droite perpendiculaire à DF passant par F
i) Construire le point d'intersection entre les 2 droites perpendiculaires et ensuite construire le rectangle.
j) Pour faire disparaître les cercles et les droites superflues, utiliser 

k) Pour transposer la mesure de AC sur l'axe des x, construire un cercle centré à l'origine et comme rayon la distance de AC. Construire le point d'intersection entre le cercle et l'axe des x.
l) Pour transposer la mesure de l'aire sur l'axe des y, construire un cercle centré à l'origine et comme rayon la mesure de l'aire du rectangle (AC*CB). Construire le point d'intersection entre le cercle et l'axe des y.

m) Construire 2 droites perpendiculaires à ces 2 points et par rapport aux axes. Construire le point d'intersection entre ces 2 droites.
n) Activer la trace de ce point (cliquer sur le point mobile) ou utiliser la fonction « enregistrer dans le tableur. Vous pouvez ensuite demander à Geogebra de donner la fonction.

9. Polygone de contraintes

Problème : Nous voulons placer des filières dans notre bureau afin d'augmenter notre espace de rangement. Le modèle A de filière coûte 10,00$, l'aire de la base est de 0,6 m^2 et son volume de 0,4 m^3. Le modèle B coûte 20,00$, l'aire de la base est de 0,8 m^2 et son volume est de 0,6 m^3. Nous pouvons dépenser un maximum de 140,00$ et le plancher a une aire maximale de 7,2 m^2.

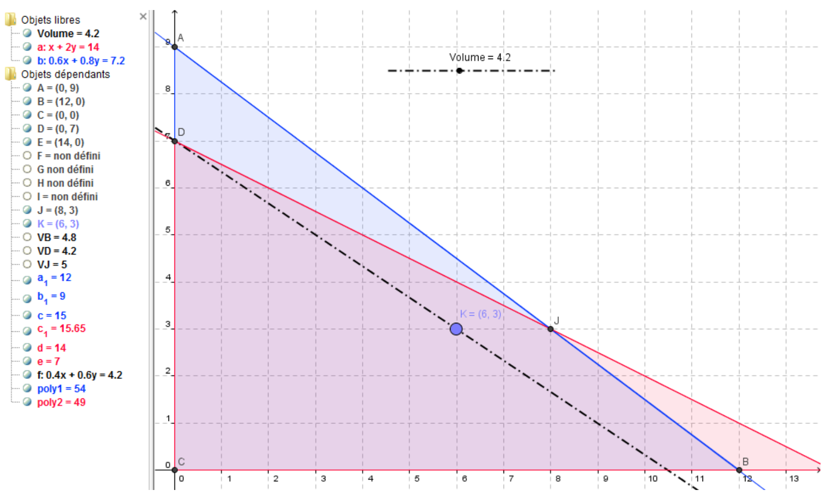
Combien de filières des modèles A et B devrons-nous acheter pour maximiser notre capacité de classement ?

x : nombre de filières du modèle A, y : nombre de filières du modèle B

Contraintes :

$x \geq 0$	$y \geq 0$	$10x + 20y \leq 140$	$0{,}6x + 0{,}8y \leq 7{,}2$

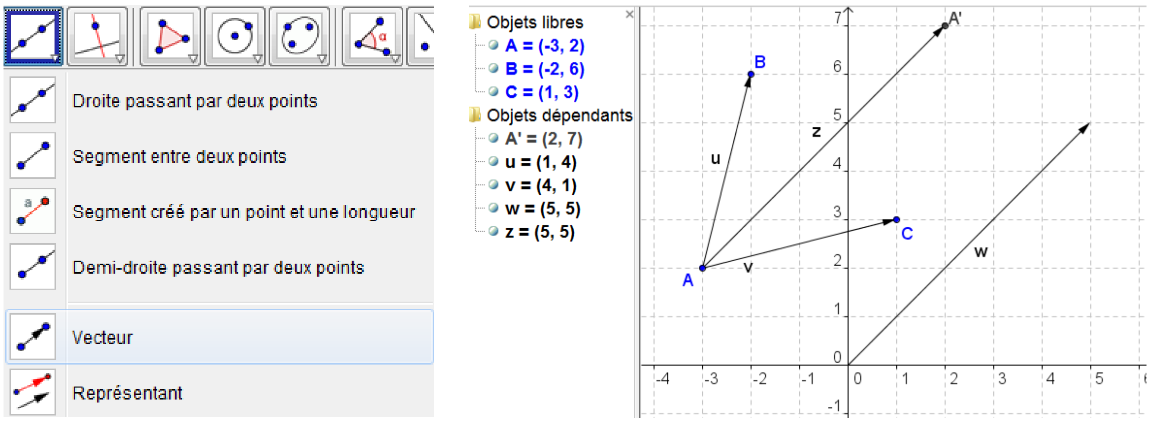
Fonction objectif : $V = 0{,}4x + 0{,}6y$



a) Champ de saisie : $10x + 20y \leq 140$.
b) Champ de saisie : $0.6x + 0.8y \leq 7.2$.
c) Construire les points d'intersection des axes et construire 2 triangles avec comme sommets les points d'intersections des droites avec l'axe des x et des y ainsi que (0,0)
d) Créer un curseur pour le volume que nous ferons varier de 0 à 10 par incrément de 0,1. Si vous lui donnez un nom, il faudra utiliser le même nom lors de vos futurs calculs.
e) Création de la droite baladeuse : inscrire sur la ligne de saisie 0.4x + 0.6y = Nom de votre curseur.

10. Les vecteurs

Pour la création de vecteurs, Geogebra possède un outil vecteur où il suffit de déterminer les 2 extrémités du vecteur. Par la suite il sera possible d'additionner, de soustraire et de multiplier par un scalaire ces vecteurs. Vous remarquerez cependant que le résultat sera centré à l'origine. À ce moment, vous pourrez utiliser la fonction « Représentant ».



11. Pistes d'exploration du programme pour conjectures

<u>Premier cycle</u>

1. Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.
2. L'axe de symétrie d'un triangle isocèle supporte une médiane, une médiatrice, une bissectrice et une hauteur de ce triangle.
3. Les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.
4. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
5. Les angles opposés d'un parallélogramme sont isométriques.
6. Les diagonales d'un rectangle sont isométriques.
7. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.
8. Si deux droites sont parallèles à une troisième, alors elles sont aussi parallèles entre elles.
9. Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième, alors elles sont parallèles.
10. Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une d'elles est perpendiculaire à l'autre.
11. Trois points non alignés déterminent un et un seul cercle.
12. Toutes les médiatrices des cordes d'un cercle se rencontrent au centre de ce cercle.
13. Tous les diamètres d'un cercle sont isométriques.
14. Dans un cercle, la mesure d'un rayon est égale à la demi-mesure du diamètre.
15. Dans un cercle, le rapport de la circonférence au diamètre est une constante que l'on note π.
16. Des angles adjacents dont les côtés extérieurs sont en ligne droite sont supplémentaires.
17. Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
18. Dans un cercle, l'angle au centre a la même mesure en degrés que celle de l'arc compris entre ses côtés.

19. Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes, alternes-externes et correspondants sont respectivement isométriques.
20. Dans le cas d'une droite coupant deux droites, si deux angles correspondants (ou alternes-internes ou encore alternes-externes) sont isométriques, alors ils sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante.
21. Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les paires d'angles internes situées du même côté de la sécante sont supplémentaires.
22. Dans un cercle, le rapport des mesures de deux angles au centre est égal au rapport des mesures des arcs interceptés entre leurs côtés.
23. Dans un disque, le rapport des aires de deux secteurs est égal au rapport des mesures des angles au centre.
24. La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180º.
25. La mesure d'un angle extérieur d'un triangle est égale à la somme des mesures des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents.
26. Les éléments homologues de figures planes ou de solides isométriques ont la même mesure.
27. Les angles homologues des figures planes ou des solides semblables sont isométriques et les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.
28. Dans des figures planes semblables, le rapport entre les aires est égal au carré du rapport de similitude.

Troisième secondaire

- Deux fonctions polynomiales de degré 0 ou 1 se représentent par des droites parallèles si et seulement si leur taux de variation est identique.
- Lorsqu'on vide un réservoir cylindrique à débit constant, la relation entre le niveau d'eau et le volume est proportionnelle et correspond à une fonction du premier degré.
- Lorsqu'on considère un temps fixe alloué pour des travaux, la relation entre le nombre de personnes assignées aux tâches et le temps à investir par chacune d'elles correspond à une fonction rationnelle.
- Dans des solides semblables, le rapport entre les volumes est égal au cube du rapport de similitude.
- Dans des solides semblables, le rapport entre les aires des faces homologues est égal au carré du rapport de similitude.
- Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des autres côtés.
- Si un triangle est tel que le carré de la mesure d'un côté est égal à la somme des carrés des mesures des autres, alors il est rectangle.

Culture, société et technique

- La médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire.
- Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.
- Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.

- L'aire S d'un triangle dont les côtés ont pour mesures a, b, et c'est S = $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
- où p est le demi-périmètre du triangle (formule de Héron).
- Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si leurs pentes sont égales.
- Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont perpendiculaires si et seulement si leurs pentes sont inverses et de signes contraires.
- Les milieux des côtés de tout quadrilatère sont les sommets d'un parallélogramme.
- Le segment joignant les milieux des côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases et sa mesure égale la demi-somme des mesures des bases.
- Les segments joignant les milieux des côtés opposés d'un quadrilatère et le segment joignant les milieux des diagonales concourent en un point qui est le milieu de chacun de ces segments.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.

<u>Technico-sciences</u>

- Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.
- Le segment qui joint le milieu de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure est la moitié du troisième côté.
- Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.
- Deux droites, non parallèles à l'axe des ordonnées, sont perpendiculaires si et seulement si leurs pentes sont inverses et de signes contraires.
- Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.
- Il est possible d'obtenir une expression découlant des rapports trigonométriques sinus ou cosinus du triangle rectangle et applicable dans un triangle quelconque (lois des sinus et des cosinus).
- Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.
- Tout diamètre perpendiculaire à une corde partage cette corde et chacun des arcs qu'elle sous-tend en deux parties isométriques.
- Un angle inscrit a pour mesure la moitié de celle de l'arc compris entre ses côtés.

- Toute perpendiculaire à l'extrémité d'un rayon est tangente au cercle et réciproquement.
- Dans un même cercle ou dans deux cercles isométriques, deux cordes isométriques sont à la même distance du centre, et réciproquement.
- Deux parallèles sécantes ou une tangente à un cercle interceptent sur le cercle deux arcs isométriques.
- Si, d'un point P extérieur à un cercle de centre O, on mène deux tangentes aux points A et B du cercle, alors OP est la bissectrice de l'angle APB et PA ≅ PB.
- L'angle dont le sommet est entre le cercle et le centre a pour mesure la demi-somme des mesures des arcs compris entre ses côtés prolongés.
- L'angle dont le sommet est à l'extérieur du cercle a pour mesure la demi- différence des mesures des arcs compris entre ses côtés.
- Lorsque deux cordes se coupent dans un cercle, le produit des mesures des segments de l'une égale le produit des mesures des segments de l'autre.
- Si, d'un point P extérieur à un cercle, on mène deux sécantes PAB et PCD, alors m PA • m PB = m PC • m PD .
- La médiatrice d'un segment est un lieu géométrique.
- Soit un cercle de centre O et une corde AM. Soit H la projection orthogonale de O sur la corde AM. Quel est le lieu décrit par le point H lorsque M parcourt le cercle?
- La courbe représentant le lieu des points situés à égale distance d'une droite et d'un point fixe est de même forme que la courbe du graphique d'une relation proportionnelle au carré.
- Les médianes d'un triangle déterminent six triangles équivalents.

Sciences naturelles

- Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure égale la moitié de celle du troisième côté.
- Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.
- Le segment joignant les milieux des côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases et sa mesure égale la demi-somme des mesures des bases.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse
- et celle de l'hypoténuse entière.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.